دورتي 2017 و 2018
مع السلالم للرياضيات

@Educational_Syrian_Union

سلسلة الاتحاد التعليمية

@Educational_Union_Comm_Bot

للتواصل معنا على التلغرام

الرقم:
المدّة: ثلاث ساعات
الدرجة: ستمنة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة والثانوية الشرعية دورة عام 2017
(الفرع العلمي – نظام حديث)

الدورة الأولى

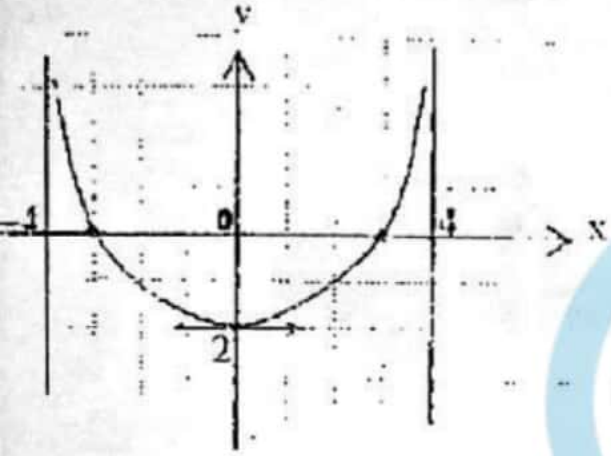
الرياضيات:

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

نتأمل في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-4,4[$



1- احسب $\lim_{x \to -4} f(X)$ و $\lim_{x \to +4} f(x)$ واستنتج معادلة كل مقارب للخط C

2- احسب $f(0)$ و $f'(0)$.

3- جد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

السؤال الثاني:

حل المعادلة $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$ في $\mathbb{R}$.

السؤال الثالث:

1- اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات، ونصف قطره $R = \sqrt{3}$.

2- تحقق أنّ المستوي P الذي معادلته $P: x - y + z + 3 = 0$ يمس الكرة S.

السؤال الرابع:

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة.

1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة؟

2) بكم طريقة يمكنها الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية؟

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = 1$, $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$.

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $v_n = u_n + 3$

1- أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية، وأوجد أساسها.

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثمّ عبارة u_n بدلالة n.

3- ليكن في حالة عدد طبيعي n: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots\ldots + v_n$ ، عبّر عن S_n بدلالة n، واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$.

التمرين الثاني:

ليكن العددان العقديان $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ ، $z_2 = 1 + i$ ، والمطلوب:

1- اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 و z_2 و $\frac{z_1}{z_2}$.

2- اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ ، واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$.

التمرين الثالث:

نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية يساوي $\frac{1}{3}$.

نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهرو الشعار.

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، واحسب توقعه الرياضي، وتباينه.

يتبع في الصفحة ال

telegram
@Educational Syrian Union
منصة الاتحاد التعليمية

الاسم:
الرقم:
المدة: ثلاث ساعات
الدرجة: ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة والثانوية الشرعية دورة عام 2017
(الفرع العلمي – نظام حديث)
الدورة الأولى

الرياضيات:

التمرين الرابع:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ المطلوب:

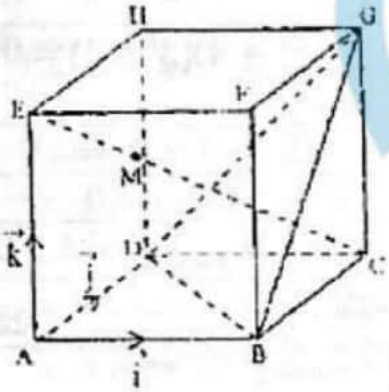
1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2- أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$

وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C.

الثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:



في الشكل المجاور $ABCD\,EFGH$ مكعب طول حرفه 2

نتأمل المعلم المتجانس $(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،

$\overrightarrow{AB}=2\vec{i}$, $\overrightarrow{AD}=2\vec{j}$, $\overrightarrow{AE}=2\vec{k}$

1- اكتب معادلة للمستوي (GBD).

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC).

3- جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD).

4- جد إحداثيات النقطة M التي تحقق $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$.

5- أثبت تعامد المستقيمين (HM),(EC) .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$.

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to0} f(x)$ ، واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها، ثم دل على القيمة الحدية محلياً.

3- جد معادلة للمماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها $x=1$.

4- ارسم كل مقارب وجدته، وارسم المماس Δ، ثم ارسم C.

5- احسب S مساحة السطح المحصور بين C والمحور $x'x$ والمستقيم $x=e$.

ملاحظة: يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

= = = = = = = = = = = = = = = = = = =

- انتهت الأسئلة -

telegram
@Educational_Syrian_Union
سلسلة الاتحاد التعليمية

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات ــ نظام حديث

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٧م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة خط بياني
٢	السؤال الثاني	حل معادلة
٣	السؤال الثالث	معادلة كرة
٤	السؤال الرابع	تحليل توافقي
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	المتتالية
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	الأعداد العقدية
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	احتمالات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	مقارب مائل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة التابع اللوغارتمي

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرراً خطوات حله، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها علمياً ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية.

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال..... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

المئات	العشرات	الأحاد
١	١	٢

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

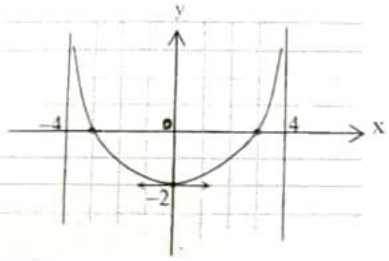
حقل العشرات بالمئات.

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي مادة الرياضيات الدرجة : /٦٠٠/ درجة

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٧م – نظام حديث

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمّل في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-4\ ,\ 4[$

1- احسب $\lim\limits_{x\to-4} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+4} f(x)$ ، واستنتج معادلة كلّ مقارب للخط C.

2- احسب $f(0)$ و $f'(0)$.

3- جد حلول المعادلة $f(x)=0$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to-4} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+4} f(x)=+\infty$	5+5
٢	$x=-4$ و $x=+4$	5+5
٣	$f(0)=-2$, $f'(0)=0$	5+5
٤	$x_1=-3$, $x_2=+3$	5+5
	المجموع	40

ملاحظات: ١- إذا كتب الطالب الإجابات مباشرة وبالترتيب : يأخذ الدرجة كاملة (٤٠ درجة)

٢- إذا ذكر الطالب في الخطوة الأولى $+\infty$ مرة واحدة يأخذ (١٠ درجات)

 حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية

السؤال الثاني:

حل المعادلة $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$ في $\mathbb{R}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$	
١	$(3^2)^x + 3 \cdot 3^x - 4 = 0$ $3^{2x} + 3 \cdot 3^x - 4 = 0$	5+5 5
٢	$(3^x + 4)(3^x - 1) = 0$	5 للتحليل+5 للأعداد
٣	$3^x + 4 \neq 0$ لا ينعدم	5
٣	$3^x - 1 = 0$	5
٤	$3^x = 1 > 0$ ومنه $x = 0$	3 + 2
	المجموع	40

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$3^x = t$ ومنه $t^2 + 3t - 4 = 0$	5
٢	$\Delta = (3)^2 - 4(1)(-4)$ ومنه $\Delta = 25$	5+5
٣	$t_1 = \frac{-3+5}{2} = 1$ $3^x = 1$ ومنه $x = 0$	5 5 5
٤	$t_2 = \frac{-3-5}{2} = -4$ مرفوض $3^x = -4$	5 5
	المجموع	40

ملاحظة: ينال درجات السؤال كاملة إذا اعطى الحل مباشرة $x = 0$ وتوثق من الحل

السؤال الثالث:

1- اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات، ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$.

2- تحقق أنّ المستوي P الذي معادلته $x - y + z + 3 = 0$: P يمس الكرة S .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	معادلة الكرة: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$	5
٢	$x^2 + y^2 + z^2 = 3$	5+5
٣	دستور البعد التعويض بسط ومقام الناتج	5 دستورضمناً + 5 تعويض بسط + 5 تعويض مقام + 5 ناتج
	$d = \sqrt{3} = R$	5
	المجموع	40

السؤال الرابع:

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة.

1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة؟

2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجباريّة؟

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\binom{8}{5} = \frac{8\times7\times6\times5\times4}{5\times4\times3\times2\times1} = 56$ (10 درجات للتوافيق و 5 درجات + 5 درجات تعويض + ناتج)	5 × 4
٢	$\binom{5}{2} = \frac{5\times4}{2\times1} = 10$ (10 درجات للتوافيق و 5 درجات + 5 درجات تعويض + ناتج)	5 × 4
	المجموع	40

ملاحظات:

١- إذا استخدم التراتيب أو المبدأ الأساسي للعد يخسر (10) درجات فقط وتوزع الدرجات دستور (10) و (5) حساب لكل من الطلبين

٢- في الخطوة الأولى إذا كتب الطالب $\binom{8}{3} = 56$ ينال 20 درجة

٣- في الخطوة الثانية إذا كتب الطالب $\binom{8}{3}\binom{5}{2} =$ يخسر 10 درجات

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس :

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = 1$, $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$.

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $v_n = u_n + 3$

1- أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية ، وأوجد أساسها.

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثمّ عبارة u_n بدلالة n.

3- ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ ، عبّر عن S_n بدلالة n ، واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$, $u_0 = 1$ $v_n = u_n + 3$	
١	إثبات أن $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية: $v_{n+1} = u_{n+1} + 3 = \frac{1}{3}u_n + 1$	5+5
٢	$v_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 3) = \frac{1}{3}v_n$ v_n هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$	5+5 5
٣	$v_n = v_0\, q^n$ $v_0 = 4$ $v_n = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n$ $u_n = v_n - 3$ $u_n = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n - 3$	5 3 5 2 5
٤	$S_n = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$	5
٥	$S_n = 4 \times \frac{1-(\frac{1}{3})^{n+1}}{1-\frac{1}{3}} = 6[1-(\frac{1}{3})^{n+1}] = 6 - 6(\frac{1}{3})^{n+1}$	5 لأي شكل منها
٦	$\lim\limits_{x\to+\infty} S_n = 6$ (النهاية $\lim(\frac{1}{3})^{n+1} = 0$ 3 درجات + الجواب 6 درجتان)	3 + 2
	المجموع	60

ملاحظة: إذا كتب عدد الحدود n بدلاً من $n+1$ يخسر درجتان

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني:

ليكن العددان العقديان $z_1 = 1+\sqrt{3}\,i$ ، $z_2 = 1+i$ ، والمطلوب:

1- اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 و z_2 و $\frac{z_1}{z_2}$.

2- اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ ، واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$z_2 = 1+i \quad , \quad z_1 = 1+\sqrt{3}i$	
٢	$r_1 = \sqrt{3+1} = 2$ $\theta = \frac{\pi}{3}$	5 5
٣	$z_1 = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\ \sin\frac{\pi}{3}\right]$ $z_2 = 1+i$ ..... $r_2 = \sqrt{2}$ ..... $\theta = \frac{\pi}{4}$ ..... $z_2 = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\ \sin\frac{\pi}{4}\right]$	5 5 5 5
٤	..... $\frac{z_1}{z_2} = \frac{2}{\sqrt{2}}(\cos(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}))$ ..... $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12})$	5 5
٥	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$ ..... $= \frac{(1-i)(1+\sqrt{3}i)}{(1-i)(1+i)}$ ..... $\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}+i\sqrt{3}-i)}{2}$	 5 5
٦	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} + \frac{i(\sqrt{3}-1)}{2}$	5
٧	$\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{12} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ومنه يكون $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	3 2
	المجموع	60

ملاحظة: إذا استعمل الشكل الأسي ينال الدرجات كاملة

السؤال السابع: (٦٠ درجة)

التمرين الثالث:

نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرّات متتالية، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كلّ رمية يساوي $\frac{1}{3}$.

نعرف X المتحول العشوائي الذي يدلّ على عدد مرات ظهور الشعار.

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، واحسب توقعه الرياضي ، وتباينه.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	..... $X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$	20
	..... $P(X=0)=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$	2+2
	..... $P(X=1)=3\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{12}{27}$	2+2
	..... $P(X=2)=3\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{6}{27}$	2+2
	..... $P(X=1)=\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$	2+2
٢	$\begin{array}{c\|cccc} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P(x=k) & \frac{8}{27} & \frac{12}{27} & \frac{6}{27} & \frac{1}{27} \end{array}$	2+2
٣	$E(x)=np \Rightarrow E(x)=3\left(\frac{1}{3}\right)=1$	5 + 3 + 2
	$V(x)=npq$	5
	$V(x)=3\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)$	3+ 2
	المجموع	60

ملاحظة: في الخطوة الثالثة إذا كتب الطالب

$E(x)=0+\frac{12}{27}+\frac{12}{27}+\frac{3}{27}=1$ (5 دستور ، 2 + 3 تعويض)

$E(x^2)=0+\frac{12}{27}+\frac{24}{27}+\frac{9}{27}=\frac{5}{3}$

$V(x)=E(x^2)-(E(x))^2$ (5 درجات)

$=\frac{5}{3}-1=\frac{2}{3}$ (3 + 2 درجات)

السؤال الثامن

التمرين الرابع:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ المطلوب:

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2- أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$

وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C .

طريقة أولى:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$f(x)=x+\frac{x}{\lvert x\rvert\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$	5
٢	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}})=+\infty$	5+5
٣	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}})=-\infty$	5+5
٤	$f(x)-y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	5
٥	$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to+\infty}[\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}-1]=0$	5+5
٦	$\Delta: y=x+1$ مقارب مائل لـ C بجوار $+\infty$	5
	دراسة الوضع النسبي	
	$f(x)-y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	
٧	$f(x)-y=\frac{x-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}<0$	5
٨	لأن $\sqrt{x^2+1}>x$	5
٩	C تحت Δ	5
	المجموع	60

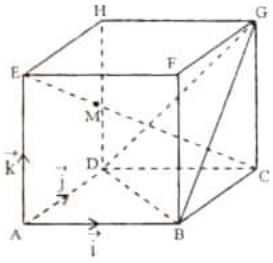
السؤال الثامن طريقة ثانية:

١	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}) = -\infty$	5+5
٢	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}) = +\infty$	5+5
٣	$\Delta : y = x+1$	
4	$f(x)-y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$	5
٥	$f(x)-y = \frac{x}{\lvert x\rvert\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} - 1$	5
٦	$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y] = \lim_{x\to+\infty}[\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} - 1] = 0$	5+5
٧	$\lim_{x\to+\infty}(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1) = \lim_{x\to+\infty}(\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} - 1) = 1-1 = 0$	5
	دراسة الوضع النسبي	
	$f(x)-y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$	
٨	$f(x)-y = \frac{x-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} < 0$	5
٩	$\sqrt{x^2+1} > x$ لأن	5
١٠	C تحت Δ	5
	المجموع	60

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسالة)

السؤال التاسع:

المسألة الأولى:



في الشكل المجاور $ABCD\,EFGH$ مكعب طول حرفه 2 نتأمل المعلم المتجانس $(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،

$\overrightarrow{AE}=2\vec{k}\ ,\ \overrightarrow{AD}=2\vec{j}\ ,\ \overrightarrow{AB}=2\vec{i}$

1- اكتب معادلةً للمستوي (GBD).

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC).

3- جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD) .

4- جد إحداثيات النقطة M التي تحقق $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$.

5- أثبت تعامد المستقيمين (HM) , (EC).

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$	
	$2\vec{i}=\overrightarrow{AB}\ ,\ 2\vec{j}=\overrightarrow{AD}\ ,\ 2\vec{k}=\overrightarrow{AE}$	
١	$B(2,0,0)\ ,\ D(0,2,0)\ ,\ G(2,2,2)$	4×3
٢	حساب مركبات شعاعين مناسبين مثلاً: $\overrightarrow{BD}(-2,2,0)\ ,\ \overrightarrow{BG}(0,2,2)$	4×2
٣	لنفترض أن $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوي (GBD)	4
٤	$\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0\quad -2a+2b=0\qquad \vec{n}\cdot\overrightarrow{GD}=-2a-2c=0$	2+2
٥	$\vec{n}\cdot\overrightarrow{BG}=0\quad 2b+2c=0\qquad \vec{n}\cdot\overrightarrow{GD}=-2b-2c=0$	2+2
٦	بفرض ان $c=-1\ \Leftarrow\ a=b=1$ مثلاً $a=1$	2
٧	الوصول إلى ناظم المستوي المناسب	4
٨	الوصول إلى معادلة مستوي (BDG) $x+y-z-2=0$	4
٩	$E(0,0,2)\ ,\ C(2,2,0)$	4+4
١٠	$\overrightarrow{EC}(2,2,-2)$	4
١١	$(EC):\begin{cases}x=2t\\y=2t\\z=2-2t\end{cases}:t\in\mathbb{R}$	2×3
١٢	التعويض في المستوي	2×3
١٣	الوصول إلى قيمة t	2
١٤	احداثيات نقطة التقاطع	2×3
١٥	$(x,y,z-2)=\frac{1}{3}(2,2,-2)$	4
١٦	حساب إحداثيات النقطة M	4
١٧	معرفة $H(0,2,2)$ والتعويض بالعلاقة	4+4
١٨	$\overrightarrow{HM}\cdot\overrightarrow{EC}=\frac{2}{3}(2)-\frac{4}{3}(2)-\frac{2}{3}(-2)=0$	2×4
١٩	إذاً $\overrightarrow{HM}\perp\overrightarrow{EC}$	2
	المجموع	100

ملاحظات:

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

	$G(2,2,2)\ ,B(2,0,0)\ ,D(0,2,0)$	3+3+3
	$ax+by+cz+d=0$	5
	$2a+2b+2c+d=0$	4
	$2a=-d$	4
	$2b=-d$	4
	$2c=d$ ومنه $-d-d+2c+d=0$	4+4
	$-\frac{d}{2}x-\frac{d}{2}y+\frac{d}{2}z+d=0$	3
	$x+y-z-2=0$	5
	المجموع	42

طريقة ثالثة:

	$G(2,2,2)\ ,B(2,0,0)\ ,D(0,2,0)$	3+3+3
	$M(x,y,z)\quad \overrightarrow{GM}=\alpha\overrightarrow{GB}+\beta\overrightarrow{GD}$	5
	$(x-2,y-2,z-2)=\alpha(0,-2,-2)+\beta(-2,0,-2)$	3+3+3
	$(x-2,y-2,z-2)=(-2\beta,-2\alpha,-2\alpha-2\beta)$	3
	$x-2=-2\beta$ $y-2=-2\alpha$ $z-2=-2\alpha-2\beta$	3+3+3
	بتعويض الأولى و الثانية في الثالثة $z-2=y-2+x-2$	4
	$x+y-z-2=0$	3

السؤال العاشر

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ، واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي.

2- ادرس تغيرات التابع f ، ونظم جدولاً بها، ثمّ دلّ على القيمة الحدية محلياً .

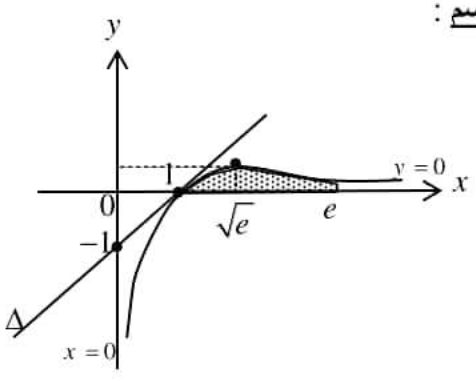
3- جد معادلة للمماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها $x=1$.

4- ارسم كل مقارب وجدته ، وارسم المماس Δ ، ثمّ ارسم C.

5- احسب S مساحة السطح المحصور بين C و المحور $x'x$ و المستقيم $x=e$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$	
١	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$ ومنه $x=0$ مقارب	5+5
٢	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ومنه $y=0$ مقارب أفقي	5+5
٣	$f'(x)=\frac{\frac{1}{x}x^2-2x\ln x}{x^4}$	5
٤	$f'(x)=\frac{1-2\ln x}{x^3}$	5
٥	ينعدم المشتق عند $x=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$	5
٦	$f(\sqrt{e})=\frac{1}{2e}$	5
٧	x: 0 ‖ $\sqrt{e}$ $+\infty$; $f'(x)$: ‖ $+$ 0 $-$; $f(x)$: ‖ $-\infty$ ↗ $\frac{1}{2e}$ ↘ 0	5+5
٨	$f(\sqrt{e})=\frac{1}{2e}$ قيمة كبرى محلياً	5
٩	$f(1)=0$ ومنه نقطة التماس $A(1,0)$	5
١٠	ميل المماس $m=f'(1)=1$	5+5
١١	$\Delta: y=x-1$	5

١١) الرسم :



5 مماس + 5 رسم الخط

١٢	حساب المساحة $S=\int_a^b f(x)\,dx$	5
١٣	$S=\int_1^e x^{-2}\ln x\,dx$	2 لحد التكامل
١٤	$\begin{array}{c\|c} u=\ln x & u'=\frac{1}{x} \\ \hline v'=x^{-2} & v=-\frac{1}{x} \end{array}$	2+2
١٥	$S=[-\frac{1}{x}\ln x]_1^e-\int_1^e -\frac{1}{x^2}dx$	2
	$S=[-\frac{1}{x}\ln x-\frac{1}{x}]_1^e$	
١٦	$S=-\frac{1}{e}-\frac{1}{e}+0+1=1-\frac{2}{e}$	2
	المجموع	100

انتهى السلّم

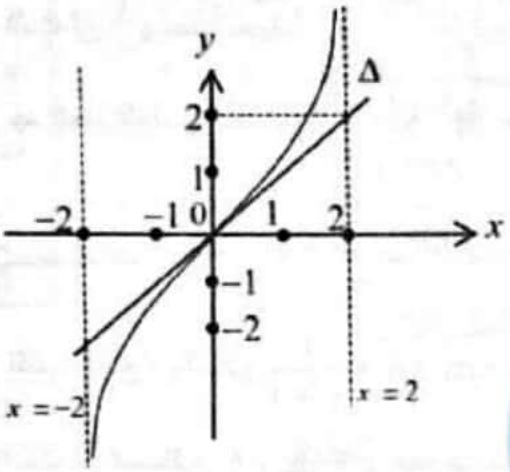
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة 2017

(الفرع العلمي – نظام حديث)

الدورة الثانية

الرياضيات: الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً:

حيث C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]-2,+2[$

والمطلوب:

1- احسب $\lim_{x\to 2} f(x)$ ، $\lim_{x\to -2} f(x)$

2- أوجد $f(0)$ ، $f'(0)$

3- هل التابع f فردي أم زوجي.

4- اكتب معادلة المماس Δ.

السؤال الثاني: اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d'.

$$d\begin{cases} x = t+1 \\ y = -3t+2 \\ z = -3t+3 \end{cases}, \quad t\in\mathbb{R} \qquad \text{و} \qquad d'\begin{cases} x = s \\ y = 3s-3 \\ z = -s+1 \end{cases}, \quad s\in\mathbb{R}$$

وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستوي واحد؟ علل إجابتك.

السؤال الثالث: حل المعادلة التفاضلية الآتية: $2y'+3y=0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4, 1)$.

السؤال الرابع: نتأمل، في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقطتين $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$. والمطلوب

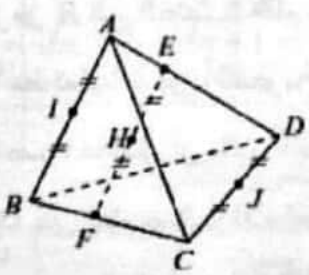
اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق ما يأتي: $u_n = \sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

1) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة.

2) أثبت أن $0\leq u_n \leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها.



التمرين الثاني:

$ABCD$ رباعي وجوه، و a عددٌ حقيقي. I و J هما، بالترتيب، منتصفا $[AB]$ و $[CD]$.

و E و F نقطتان تحققان، العلاقتين: $\overrightarrow{AE} = a\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF} = a\overrightarrow{BC}$.

وأخيراً H هي منتصف $[EF]$. أثبت أنّ I و J و H تقع على استقامة واحدة.

telegram
@Educational_Syrian_Union
سلسلة الاتحاد التعليمية

التمرين الثالث: لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z=-1+i$. والمطلوب

❶ أثبت أن z^8 عدداً حقيقياً.

❷ جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ واكتبه بالشكل الأسي.

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ وفق: $f(x)=\frac{x^2+2x-2}{x+3}$

1) اكتب التابع f بالشكل $f(x)=ax+b+\frac{1}{x+3}$

2) أثبت أن المستقيم $y=ax+b$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.

3) احسب $\int_0^2 f(x)dx$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى: ليكن C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق $f(x)=x+x(\ln x)^2$. وليكن $g(x)=(\ln(x)+1)^2$ والمطلوب:

1. أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$.
2. أثبت أن $f'(x)=g(x)$.
3. حل المعادلة $g(x)=0$.
4. نظم جدول بتغيرات f.
5. اكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها $x=\frac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C.

المسألة الثانية: يضم مصنع ورشتين A و B لتصنيع الأقلام. عندما ورد طلب عدد من الأقلام قدره 1000 قلم، صنّعت الورشة A منها 600 قلماً وصنعت البقية الورشة B. هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال، في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال. نسحب عشوائياً قلماً من الطلب. نرمز بالرمز A إلى الحدث " القلم مصنوع في الورشة A" وبالرمز B إلى الحدث " القلم مصنوع في الورشة B" وبالرمز D إلى الحدث " القلم غير صالح للاستعمال".

❶ أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة.

❷ احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال.

❸ إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A.

❹ نسحب عشوائياً من الورشة A قلمين معاً وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأرقام المسحوبة الصالحة للاستعمال، احسب $P(X=0)$.

انتهت الأسئلة

telegram
@Educational_Syrian_Union

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات ــ نظام حديث

الدورة الامتحانية ثانية لعام ٢٠١٧م

حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تمثيل بياني
٢	السؤال الثاني	هندسة
٣	السؤال الثالث	تفاضلية
٤	السؤال الرابع	المستوي المحوري
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	متتاليات
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	أشعة
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	عقدية
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	تكامل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة تحليل
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة احتمالات

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال..... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

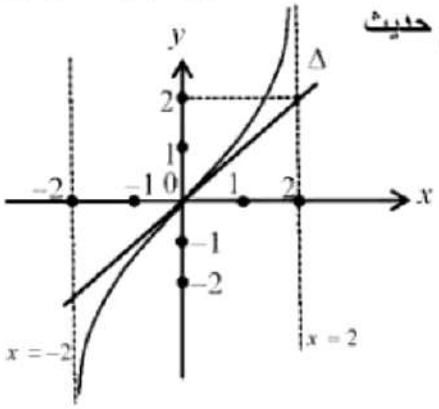
المئات	العشرات	الأحاد
١	١	٢

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

الدورة الامتحانية الثانية لعام ٢٠١٧م – نظام حديث



أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً:

حيث C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]-2\ ,\ +2[$

والمطلوب:

1- احسب $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)$

2- أوجد $f(0)$ ، $f'(0)$

3- هل التابع f فردي ام زوجي

4- اكتب معادلة المماس Δ

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to -2} f(x)=+\infty$	2×10
٢	$f(0)=0\ ,\ f'(0)=1$	2×5
٣	فردي	5
٤	$y=x$	5
	المجموع	40

السؤال الثاني: اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d'

$$d:\begin{cases} x=t+1 \\ y=-3t+2 \\ z=-3t+3 \end{cases} \quad t\in\mathbb{R} \qquad \text{و} \qquad d':\begin{cases} x=s \\ y=-3s-3 \\ z=-s+1 \end{cases} \quad s\in\mathbb{R}$$

وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستوٍ واحد؟ علّل إجابتك.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	شعاع توجيه d $v_d(1,-3,-3)$	10
٢	شعاع توجيه d' $v_{d'}(1,-3,-1)$	10
٣	المركبات غير متناسبة . v_d و $v_{d'}$ غير مرتبطان	5
٤	الحل المشترك للمعادلتين	5
٥	الإصلاح والنتيجة	5
٦	المستقيمان لا يقعان في مستوي واحد	5
	المجموع	40

ملاحظة: إذا أخطأ الطالب في إحدى الخطوتين ١أو٢ وجعل المركبات متناسبة واستنتج أن المستقيمان متوازيان ويقعان في مستو واحد يخسر 15درجة

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	شعاع توجيه d $v_d(1,-3,-3)$	10
٢	شعاع توجيه d' $v_{d'}(1,-3,-1)$	10
٣	المركبات غير متناسبة . v_d و $v_{d'}$ غير مرتبطان	5
٤	اختيار نقطتين $t=0 \quad A(1,2,3)$ $s=0 \quad B(0,-3,1)$ $\overrightarrow{AB}(-1,-5,-2)$	5
٥	$\overrightarrow{AB}=a\overrightarrow{v_d}+b\overrightarrow{v_{d'}}$ $(-1,-5,-2)=(a+b,-3a-3b,-3a-b)$ نبحث عن a,b $a+b=-1 \quad (1)$ $-3a-3b=-5 \quad (2)$ $-3a-b=-2 \quad (3)$	5
٦	بضرب(1) بـ 3 وجمع مع(2) نجد $0=-8$ مستحيلة فالأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{v_d}$ ، $\overrightarrow{v_{d'}}$ غير مرتبطة خطياً والمستقيمان لا يقعان في مستو واحد	5
	المجموع	40

السؤال الثالث: حل المعادلة التفاضلية الآتية: $2y'+3y=0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4,1)$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	الوصول إلى $y=k\,e^{-\frac{3}{2}x}$	5 +10 10دستور + 5 التعويض
٢	التعويض بإحداثيات النقطة A	5
٣	الإصلاح	5+5
٤	الوصول إلى قيمة k	5
٥	الحل النهائي	5
	المجموع	40

السؤال الرابع: نتأمل، في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقطتين $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$. والمطلوب:
اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	حساب مركبات $\overrightarrow{AB}(-1,-2,0)$	5×2
٢	إحداثيات M منتصف AB $M(\frac{3}{2},-1,1)$	5×2
٣	معرفة الناظم $\vec{n}=\overrightarrow{AB}$	5
٤	كتابة معادلة المستوي	5
٥	التعويض + كتابة النتيجة	5+5
	المجموع	40

طريقة ثانية :

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	افتراض $M(x,y,z)$ من المستوي المحوري	5
٢	$\|\overrightarrow{AM}\|=\|\overrightarrow{BM}\|$	15
٣+٤+٥	القانون و التعويض و الإصلاح	5+10+5
	المجموع	40

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق ما يأتي: $u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

1- أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة.

2- أثبت أن $0\leq u_n\leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها.

طريقة أولى للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	افتراض تابع $f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\quad :x\geq 0$	
١	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	2×5
٢	$f'(x)<0$ + التعليل	5+5
٣	f متناقص ومنه المتتالية متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة ثانية للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٢	$u_{n+1}=\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}=\dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}$	5
	$\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}>\sqrt{n+1}+\sqrt{n}$	5
٣	$\dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}<\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٤	المتتالية $u_{n+1}<u_n$ متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة ثالثة للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة

١	$u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٢	$u_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}$	5
٣	$u_{n+1}-u_n = \frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+2}}{(\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}$	5
٤	$\sqrt{n} \le \sqrt{n+2}$ $\sqrt{n}-\sqrt{n+2} \le 0$	5
٥	$u_{n+1}-u_n \ge 0$ فالمتتالية متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة أولى للطلب الثاني:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$u_n = \sqrt{n+1}-\sqrt{n} = \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
	$\sqrt{n+1}+\sqrt{n} \ge 0$ ومنه $u_n \ge 0$	5
	$u_{n+1} = \sqrt{n+2}-\sqrt{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}} \le 1$	5+5
	المجموع	20

التقارب والنهاية

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
٤	المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى متقاربة	5
٥	$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = 0$	5+5
	المجموع	15

ملاحظة: إذا أثبت الطالب أن $0 \le u_n \le 1$ مستعملاً البرهان بالتدريج

الترميز $E(n)$ درجتان

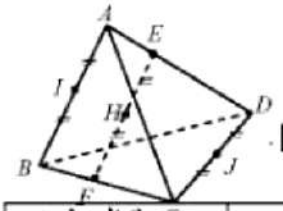
إثبات $E(0)$ 3 درجات

افتراض $E(n)$ صحيحة 5 درجات

اشتقاق التابع وتناقصه 5+5 درجات

يخسر درجتان لكتابة إلى $f(u_n) = u_{n+1}$

السؤال السادس : (٦٠ درجة)



التمرين الثاني:

$ABCD$ رباعي وجوه و عدد حقيقي. I و J هما، بالترتيب ، منتصفا $[AB]$ و $[CD]$.

و E و F نقطتان تحققان العلاقتين: $\overrightarrow{AE}=a\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF}=a\overrightarrow{BC}$ وأخيراً H هي منتصف $[EF]$.

أثبت أن I و J و H تقع على استقامة واحدة.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{BF}=a\overrightarrow{BC}$ ومنه F مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(B,1-a)$ (c,a)	5+5
٢	$\overrightarrow{AE}=a\overrightarrow{AD}$ ومنه E مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A,1-a)$ (D,a)	5+5
٣	H مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(E,1)$ $(F,1)$	5+5
	مركز الأبعاد المتناسبة لرؤوس رباعي الوجوه $(H,2)$	
٤	مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(I,2-2a)$ $(A,1-a)$ $(B,1-a)$	5+5
٥	مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(J,2a)$ (B,a) (C,a)	5+5
٦	ومنه H مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(J,2a)$ $(I,2-2a)$	5
٧	فالنقط على استقامة واحدة	5
	المجموع	60

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EH}$	5
٢	$\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FH}$	5
٣	$2\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}$	5
٤	$2\overrightarrow{IH}=a\overrightarrow{AD}+a\overrightarrow{BC}$	5
٥	$2\overrightarrow{IH}=a(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC})$ (1)	5
٦	$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DJ}$	5
٧	$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CJ}$	5
٨	$2\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$ (2)	5
	نعوض (2) في (1)	
٩	$2\overrightarrow{IH}=a(2\overrightarrow{IJ})$ أي $\overrightarrow{IH}=a(\overrightarrow{IJ})$	5
١٠	$\overrightarrow{IH}$, $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطان خطياً إذاً H , J , I على استقامة واحدة	5
	المجموع	60

طريقة ثالثة:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	نختار معلم كيفي: $(B;\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA})$	5
	$D(0,1,0)$, $A(0,0,1)$, $B(0,0,0)$, $F(a,0,0)$	2×5
	نوجد $E(x,y,z)$	5
	$\overrightarrow{AE}=a\overrightarrow{AD}$ $\Rightarrow$ $(x,y,z-1)=(0,a,-a)$	2×3
	$x=0$, $y=a$, $z=1-a$	2×3
	$I(0,0,\frac{1}{2})$ $J(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$ $\overrightarrow{IJ}(\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$	3×3
	H منتصف EF $(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{1-a}{2})$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{IH}(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{-a}{2})$	2×3 القانون 3
	الشعاعان مركبتاهما متناسبة فهما مرتبطان خطياً وبالتالي H , J , I على استقامة واحدة	5+5

التمرين الثالث : : لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z = -1 + i$. والمطلوب

❶ اثبت أن z^8 عدداً حقيقياً.

❷ جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ وأكتبه بالشكل الأسي .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$z^8 = (z^2)^4 = ((-1+i)^2)^4$	5
٢	$z^8 = (1-2i-1)^4$ ، $i^2 = -1$	5
٣	$z^8 = (-2i)^4 = 16i^4 = 16$	2+3+5
٤	$z' - a = e^{i\frac{\pi}{4}}(z-a)$	10
٥	$z' = e^{i\frac{\pi}{4}}(-1+i-1-i)+1+i$	5
٦	$z' = e^{i\frac{\pi}{4}}(-2)+1+i$	5
٧	$z' = -2e^{i\frac{\pi}{4}} + \sqrt{2}.e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
٨	$z' = (-2+\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
٩	$z' = -(2-\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
١٠	$z' = (-2+\sqrt{2})\, e^{i\frac{\pi}{4}}\, e^{\pi}$	3
١١	$z' = (2-\sqrt{2})e^{i\frac{5\pi}{4}}$	2
	المجموع	60

طريقة (٢) الطلب (١):

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$r = \sqrt{2}$	2
٢	$\theta = \frac{3\pi}{4}$	2
٣	$z = \sqrt{2}e^{3\frac{\pi}{4}i}$	4
	$z^8 = (\sqrt{2})^8 e^{8(3\frac{\pi}{4}i)}$	2 + 2+2
	$= 16 \cdot e^{i6\pi} = 16(1) = 16$	2 + 2+2

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ وفق: $f(x)=\dfrac{x^2+2x-2}{x+3}$

1) اكتب التابع f بالشكل $f(x)=ax+b+\dfrac{1}{x+3}$

2) أثبت أن المستقيم $y=ax+b$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.

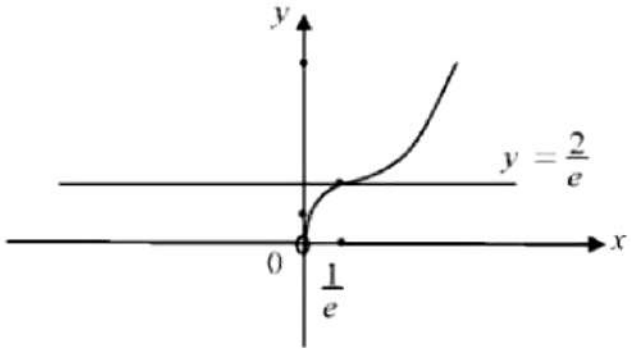
3) احسب $\int_0^2 f(x)dx$

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\begin{array}{r\|l} x+3 & x^2+2x-2 \\ \hline & x^2+3x \\ \hline & -x-2 \\ & -x-3 \\ \hline & 1 \end{array}$	5 5 5
٢	$f(x)=x-1+\dfrac{1}{x+3}$	5
٣	$g(x)=f(x)-x-1=\dfrac{1}{x+3}$	5+5 قانون + نتيجة
٤	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{1}{x+1}\right)=0$ Δ مقارب مائل	5
٥	$\int_0^2\left(x-1+\dfrac{1}{x+3}\right)dx=\left[\dfrac{x^2}{2}-x+\ln(x+3)\right]_0^2$	5×3
٦	$2-2+\ln 5-\ln 3=\ln 5-\ln 3$	5×2
	المجموع	60

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق $f(x)=x+x(\ln x)^2$. وليكن $g(x)=(\ln(x)+1)^2$ والمطلوب:

1. أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$.
2. أثبت أن $f'(x)=g(x)$
3. حل المعادلة $g(x)=0$.
4. نظم جدول بتغيرات f.
5. أكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها $x=\dfrac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim_{x \to 0} f(x) = 0$	5
٢	$f(x) = x + 4(\sqrt{x}\ \ln\sqrt{x})^2$ $\lim_{x \to 0} x\ \ln x = 0$	2×5
٥	$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$	10
٦	$f'(x) = 1 + (\ln x)^2 + 2\ln x \cdot \frac{1}{x} \cdot x$	2 + 5 + 5
٧	$f'(x) = (\ln x)^2 + 2\ln x + 1$	5
٨	$= (\ln(x) + 1)^2 = g(x)$	3
٩	$g(x) = 0$ ومنه $\ln(x) + 1 = 0$	5
١٠	$\ln(x) = -1$ ومنه $x = \frac{1}{e}$	5+5
١١	$f(\frac{1}{e}) = \frac{2}{e}$	5
١٢	x: 0 ، $\frac{1}{e}$ ، $+\infty$ $f'(x)$: $+$ 0 $+$ $f(x)$: 0 ↗ $\frac{2}{e}$ ↗ $+\infty$	5 5
١٣	قانون المماس	قانون المماس5 تعويض5
١٥	معادلة المماس	5
١٦		5+5
	المجموع	100

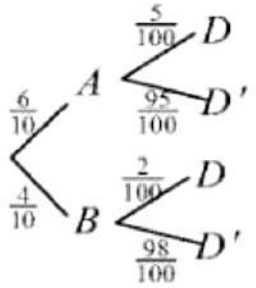
طريقة ثانية لإزالة حالة عدم التعيين:

١	$\ln(x) = t \Rightarrow x = e^t$	2+2
٢	$x \longrightarrow 0 \Rightarrow t = -\infty$	
٣	$f(x) = e^t + e^t t^2$	2+2+2
٤	$\lim_{\substack{x \to 0 \\ t \to -\infty}} f(x) = \lim_{t \to -\infty} (e^t + e^t t^2)$	
٥	$0 + 0 = 0$	5

 حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية

المسألة الثانية : يضم مصنع ورشتين A و B لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم، صنعت الورشة A منها 600 قلماً وصنعت البقية الورشة B . هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال، في حين تكون نسبة 2% من اقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال. نسحب عشوائياً قلماً من الطلب. نرمز بالرمز A إلى الحدث «القلم مصنوع في الورشة A » وبالرمز B إلى الحدث «القلم مصنوع في الورشة B » وبالرمز D إلى الحدث «القلم غير صالح للاستعمال ».

1. أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة.
2. احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال.
3. إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A .
4. نسحب عشوائياً من الورشة A قلمين معاً وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال ، احسب $P(X=0)$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
		5+30
	$P(D')=\frac{6}{10}\cdot\frac{95}{100}+\frac{4}{10}\cdot\frac{98}{100}$	5×4+5
	$P(D')=\frac{570}{1000}+\frac{392}{1000}=\frac{962}{1000}$	5
	$P(A\mid D')=\frac{P(A\cap D')}{P(D')}=\frac{\frac{6}{10}\times\frac{95}{100}}{\frac{962}{1000}}=\frac{570}{962}$	5×4
	عدد الأرقام غير الصالحة : $\frac{5\times 600}{100}=30$	2
	$P(X=0)=\frac{\binom{30}{2}}{\binom{600}{2}}=\frac{29}{20\times 599}$	3+3 5 للتوافيق 2 للنتيجة
	المجموع	100

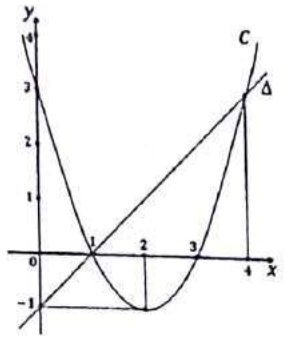
انتهى السلم

 حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠١٨
(الفرع العلمي / نظام حديث) - الرياضيات - الدورة الأولى

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً، ليكن C الخط البياني للتابع f المعرَّف على $\mathbb{R}$. والمطلوب:

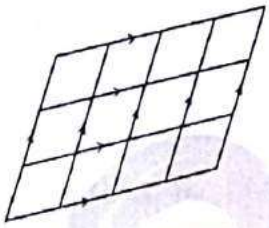


1. دل على القيمة الحدِّية الصغرى للتابع f.
2. جِدْ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
3. ما حلول المعادلة $f(x) = y_\Delta$؟
4. اكتب معادلة المستقيم Δ.

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ والمستوي P الذي معادلته: $p: x+2y+z-1=0$. والمطلوب:

احسب بُعْد النقطة A عن المستوي P، ثمَّ اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمسُّ المستوي P.

السؤال الثالث:



في الشكل المجاور نتأمَّل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية، تشكِّل فيما بينها متوازيات أضلاع. والمطلوب:

احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة.

السؤال الرابع: ليكن f التابع المعرَّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$

1. أثبت محدوديَّة f.
2. استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{3+\cos x}$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A, B, C, M التي تُمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $a=-1-i$ ، $b=1-i$ ، $c=2i$ ، $m=-1+i$. والمطلوب:

1. مثِّل الأعداد $a=-1-i$ ، $b=1-i$ ، $c=2i$ ، $m=-1+i$ في المستوي.
2. احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.
3. أثبت أنَّ النقاط M و O و B تقع على استقامة واحدة.
4. احسب $\arg\frac{c-d}{m}$، واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان.

التمرين الثاني: ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ المعرَّفتان وفق: $u_n=5-\frac{1}{n}$. والمطلوب:

1. أثبت أنَّ المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة.
2. أثبت أنَّ المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ متناقصة.
3. هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان؟ علل إجابتك.

يتبع في الصفحة الثانية

Scanned by CamScanner

التمرين الثالث: ليكن X متحوّل عشوائيٌ يمثّل عدد النجاحات في تجربة برنولية. الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحوّل X الممثل لثلاث نجاحات، فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$ و $\mathbb{P}(X=0)=\frac{1}{27}$ و $\mathbb{P}(X=1)=\frac{6}{27}$.

k	0	1	2	3
$\mathbb{P}(X=k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$	$\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

1. جد $\mathbb{P}(X=2)$ و $\mathbb{P}(X=3)$.
2. ما التوقع الرياضي للمتحوّل العشوائي X؟
3. ما تباين المتحوّل العشوائي X؟

التمرين الرابع: ليكن $J=\int_0^{\ln 2}\frac{e^x}{e^x+2}dx$ و $I=\int_0^{\ln 2}\frac{2}{e^x+2}dx$. والمطلوب:

1. احسب J.
2. احسب $I+J$ ، ثم استنتج I.

ثالثا، حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\ln(e^{-x}+1)$

1- جد نهاية f عند $-\infty$، وعند $+\infty$، هل يقبل الخط C مقاربات غير مائلة؟

2-اثبت أن $f(x)=-x+\ln(e^x+1)$

3-اثبت أن المستقيم $y=-x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

4- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

5- ارسم المقاربات وارسم الخط البياني C.

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$ والمطلوب

1) اثبت أن النقاط C,B,A ليست على استقامة واحدة .

2) اثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $x+3y-3z-4=0$

3) ليكن المستويان P , Q معادلتهما :

$$P:\ x+2y-z-4=0$$
$$Q:\ 2x+3y-2z-5=0$$

أثبت أن المستويان يتقاطعان في الفصل المشترك d التمثيلات الوسيطية التالية : $d:\begin{cases}x=t-2\\ y=3\\ z=t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$

4) ما هي نقطة تقاطع المستويات P , Q , (ABC).

5) احسب بعد A عن المستقيم d.

ملاحظة: يُمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

انتهت الأسئلة

Scanned by CamScanner

حل امتحان مادة الرياضيات – الفرع العلمي / نظام حديث لعام ٢٠١٨ الدورة الأولى

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول:

1. $f(2) = -1$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
3. حلّان هما: $x = 1$ و $x = 4$.
4. نختار:

$$A(1,0)\ ,\ B(0,-1) \Rightarrow m = \frac{1}{1} = 1$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 0 = 1(x - 1) \Rightarrow \boxed{y = x - 1}$$

السؤال الثاني:

$$p: x + 2y + z - 1 = 0\ ,\ A(1,-2,0)$$

$$dist(A,P) = \frac{|1 - 4 + 0 - 1|}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{4}{\sqrt{6}}$$

$$R = dist(A,P) = \frac{4}{\sqrt{6}}$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = \frac{16}{6}$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = \frac{8}{3}$$

السؤال الثالث:

كل متوازي أضلاع يتألّف من أربعة أضلاع.

كل ضلعين متقابلين متوازيين.

$$\text{عدد الأضلاع} = \binom{4}{2} \cdot \binom{5}{2} = \frac{4\times3}{2\times1} \cdot \frac{5\times4}{2\times1}$$

$$= (6) \cdot (10) = \boxed{60}$$

السؤال الرابع:

$$f(x) = \frac{1}{3 + \cos x}$$

1. مهما يكن $x \in \mathbb{R}$

$$-1 \le \cos x \le 1$$

نضيف 3: $$2 \le 3 + \cos x \le 4$$

نقلب: $$\frac{1}{2} \ge \frac{1}{3+\cos x} \ge \frac{1}{4}$$

ومنه: $$\frac{1}{2} \ge f(x) \ge \frac{1}{4}$$

2. نضرب العلاقة السابقة بـ $x^2 > 0$

$$\frac{x^2}{2} \ge \frac{x^2}{3+\cos x} \ge \frac{x^2}{4}$$

$$\left.\begin{aligned}\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{2} = \infty\\ \lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{4} = \infty\end{aligned}\right\} \overset{\text{إحاطة}}{\Rightarrow} \lim \frac{x^2}{3+\cos x} = \infty$$

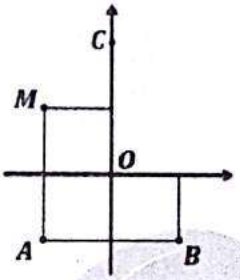
ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

التمرين الأول:

$$a = -1 - i \qquad b = 1 - i$$

$$c = 2i \qquad m = -1 + i$$

1.



$$A(-1,-1)$$

$$B(1,-1)$$

$$C(0,2)$$

$$M(-1,1)$$

2. D صورة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

$$d - 0 = e^{i\frac{\pi}{2}}(c - 0)$$

$$d = ic$$

$$d = i(2i) = 2i^2 = \boxed{-2}$$

3.

$$(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OB}) = \arg\left(\frac{b-0}{m-0}\right)$$

$$= \arg\left(\frac{1-i}{-1+i}\right)$$

لنوجد:

$$\frac{1-i}{-1+i} = \frac{(1-i)(-1-i)}{(1-i)(-1-i)} = \frac{-1-i+i-1}{1+1}$$

$$= \frac{-2}{2} = \boxed{-1}$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OB}) = -\pi$$

فالنقاط M وO وB على استقامة واحدة.

ملاحظة: يمكن حل هذا الطلب شعاعياً (الشعاعان $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OB}$ مرتبطان خطياً).

Scanned by CamScanner

.4

$$\frac{c-d}{m}=\frac{2i+2}{-1+i}\cdot\frac{(-1-i)}{(-1-i)}$$

$$=\frac{-2i+2-2-2i}{1+1}=\frac{-4i}{2}=-2i$$

$$\Rightarrow \arg\left(\frac{c-d}{m}\right)=-\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{OM},\overrightarrow{DC})=-\frac{\pi}{2}\Rightarrow DC\perp OM$$

التمرين الثاني:

$$u_n=5-\frac{1}{n}\qquad v_n=5+\frac{1}{n^2}$$

.1

$$u_{n+1}-u_n=\left(5-\frac{1}{n+1}\right)-\left(5-\frac{1}{n}\right)$$

$$=-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n}=\frac{-n+n+1}{n(n+1)}$$

$$(n)\qquad(n+1)$$

$$=\frac{1}{n(n+1)}>0$$

فالمتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة تماما

.2

$$v_{n+1}\ v_n=\left(5+\frac{1}{(n+1)^2}\right)-\left(5+\frac{1}{n^2}\right)$$

$$=-\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{1}{n^2}=\frac{n^2-n^2-2n-1}{n^2(n+1)^2}$$

$$(n^2)\qquad(n+1)^2$$

$$=\frac{-2n-1}{n^2(n+1)^2}<0$$

فالمتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$ متناقصة تماما

.3

$$\lim_{n\to\infty}(u_n-v_n)=\lim_{n\to\infty}\left(-\frac{1}{n}-\frac{1}{n^2}\right)$$

$$=0-0=\boxed{0}$$

بما أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة، والمتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$ متناقصة، ونهاية الفرق هي الصفر، فالمتتاليتان متجاورتان.

التمرين الثالث:

1. تجربة برنولية:

$$n=3\ ,\ \mathbb{P}=\frac{2}{3}\Rightarrow q=\frac{1}{3}$$

$$\mathbb{P}(X=k)=\binom{n}{k}\mathbb{P}^k\cdot q^{n-k}$$

$$\mathbb{P}(x=2)=\binom{3}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^1$$

$$\mathbb{P}(x=2)=3\frac{4}{9}\cdot\frac{1}{3}=\boxed{\frac{12}{27}}$$

$$\mathbb{P}(X=3)=1-[\mathbb{P}(X=0)+\mathbb{P}(X=1)+\mathbb{P}(x=2)]$$

$$\mathbb{P}(x=3)=1-\left(\frac{1}{27}+\frac{6}{27}+\frac{12}{27}\right)$$

$$\mathbb{P}(x=3)=1-\frac{19}{27}=\boxed{\frac{8}{27}}$$

.2

$$E(X)=n\cdot\mathbb{P}=3\left(\frac{2}{3}\right)=2$$

.3

$$v(X)=n\cdot\mathbb{P}\cdot q=3\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}$$

طريقة ثانية

$$E(X)=\sum_{1}^{4}x_i\cdot\mathbb{P}(x_i)$$

$$=0+\frac{6}{24}+\frac{24}{27}+\frac{24}{27}=\frac{54}{27}=\boxed{2}$$

$$v(X)=E(x^2)-\left(E(x)\right)^2$$

$$v(X)=\left(0+\frac{6}{27}+\frac{48}{27}+\frac{72}{27}\right)-(2)^2$$

$$v(X)=\boxed{\frac{2}{3}}$$

التمرين الرابع

.1

$$J=\int_0^{\ln 2}\frac{e^x}{e^x+2}dx$$

$$=[\ln(e^x+2)]_0^{\ln 2}$$

$$=\ln(4)-\ln 3=\ln\frac{4}{3}$$

.2

$$I+J=\int_0^{\ln 2}\frac{2+e^x}{e^x+2}dx=\int_0^{\ln 2}1\,dx$$

Scanned by CamScanner

$$= [x]_0^{\ln 2} = \boxed{\ln 2}$$

الاستنتاج:

$$I + J = \ln 2$$

$$\Rightarrow I = \ln 2 - J = \ln 2 - \ln\frac{4}{3}$$

$$= \ln\frac{2}{\frac{4}{3}} = \ln\frac{3}{2}$$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

$$f(x) = \ln(e^{-x} + 1)$$

.1

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \ln(1) = 0$$

$y = 0$ مقارب ينطبق على $x'x$ في جوار $+\infty$.

.2

$$f(x) = \ln[e^{-x}(1 + e^x)]$$

$$= \ln e^{-x} + \ln(1 + e^x)$$

$$= -x + \ln(e^x + 1)$$

.3

$$\Delta: y = -x$$

$$f(x) - y_\Delta = \ln(e^x + 1)$$

$$\lim_{x\to-\infty}(f(x) - y_\Delta) = \ln(1) = 0$$

فالمستقيم $\Delta: y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

.4 f اشتقاقي على $\mathbb{R}$.

$$f'(x) = \frac{-e^{-x}}{e^{-x} + 1} < 0$$

فالتابع f متناقص تماماً.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0

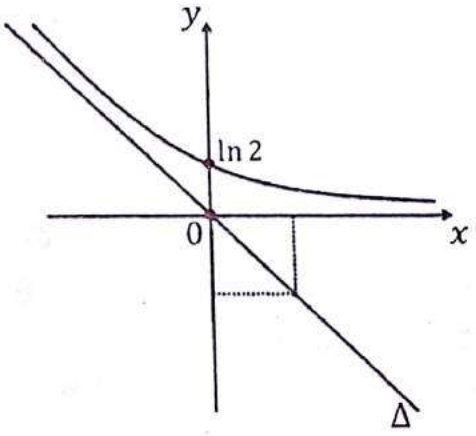
الرسم:

$\Delta: y = -x$

النقطة	x	y
	0	1	$(0,0)$
	1	-1	$(1,-1)$

نقطة مساعدة:

$$x = 0 \Rightarrow y = \ln 2 \Rightarrow (0, \ln 2)$$



المسألة الثانية:

$A(1,1,0)$ $B(1,2,1)$ $C(4,0,0)$

.1

$\overrightarrow{AB}(0,1,1)$ $\overrightarrow{AC}(3,-1,0)$

$\frac{0}{3} \neq \frac{1}{-1}$ (المركبات غير متناسبة)

الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطان خطياً، فالنقاط A و B و C ليست على استقامة واحدة فهي تعين مستوٍ.

.2

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$$\vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

$$\Rightarrow (a,b,c)(0,1,1) = 0$$

$$\Rightarrow b + c = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \textcircled{1}$$

$$\vec{n} \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$$

$$\Rightarrow (a,b,c)(3,-1,0) = 0$$

$$\Rightarrow 3a - b = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \textcircled{2}$$

نفرض $c = 1$

نعوض في ①: $b = -1$

نعوض في ②: $a = -\frac{1}{3}$

ومنه: $\vec{n}\left(-\frac{1}{3}, -1, 1\right)$

Scanned by CamScanner

معادلة المستوي:

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

باختبار A:

$$-\frac{1}{3}(x-1)-(y-1)+z=0$$

نضرب بـ (-3):

$$x-1+3y-3+z=0$$
$$x+3y+z-4=0$$

.3

$$P: x+2y-z-4=0 \quad \cdots\cdots \ (1)$$
$$Q: 2x+3y-2z-5=0 \quad \cdots\cdots \ (2)$$

بالحل المشترك بدلالة أحد المجاهيل نضرب المعادلة (1) بـ -2 ونجمعها مع (2):

$$-2x-4y+2z+8=0$$
$$2x+3y-2z-5=0$$
$$-y+3=0 \Rightarrow \boxed{y=3}$$

نعوض في (1):

$$x+6-z-4=0$$
$$x=z-2$$

بفرض: $z=t$

$$\begin{cases} x=t-2 \\ y=3 \\ z=t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$$

حيث: $\overrightarrow{n_P}(1,2,-1)$, $\overrightarrow{n_Q}(2,3,-2)$ غير مرتبطان خطياً مركباتهما غير متناسبة فالمستويان متقاطان بمستقيم

.4

$$P: x+2y-z-4=0 \qquad L_1$$
$$Q: 2x+3y-2z-5=0 \qquad L_2$$
$$(ABC): x+3y-3z-4=0 \qquad L_3$$

بالحل المشترك لجملة المعادلات الثلاث (حسب غاوس):

$$x+2y-z-4=0 \quad \cdots\cdots \ (1)$$
$$-2l_1+l_2 \quad -y+3=0 \quad \cdots\cdots \ (2)$$
$$l_1-l_3 \quad -y+2z=0 \quad \cdots\cdots \ (3)$$

من (2) نجد: $y=3$

نعوض في (3):

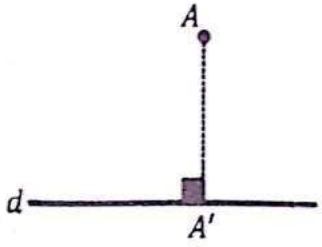
$$z=\frac{3}{2}$$

نعوض في (1):

$$x+6-\frac{3}{2}-4=0 \Rightarrow \boxed{x=-\frac{1}{2}}$$

فالمستويات تتقاطع في النقطة $\left(-\frac{1}{2},3,\frac{3}{2}\right)$.

.5



لا تنتمي للمستقيم d.

$\overrightarrow{u_d}(1,0,1)$

ويفرض $A'(x,y,z)$ مسقط A على المستقيم d

$$\overrightarrow{AA'}\cdot u_d=0$$
$$\Rightarrow (x-1,y-1,z)\,(1,0,1)=0$$
$$\Rightarrow x-1+z=0$$
$$\Rightarrow x+z-1=0 \quad \cdots\cdots \ (*)$$

بالحل المشتركة لجملة المعادلات الوسطية مع العلاقة (*):

$$t-2+t-1=0 \Rightarrow 2t-3=0 \Rightarrow t=\frac{3}{2}$$

ومنه

$$\left.\begin{matrix} x=-\frac{1}{2} \\ y=3 \\ z=\frac{3}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow A'\left(-\frac{1}{2},3,\frac{3}{2}\right)$$

$$AA'=\sqrt{\frac{9}{4}+4+\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{34}{4}}=\sqrt{\frac{17}{2}}$$

انتهى الحل وفق السلم الوزاري

Scanned by CamScanner

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠١٨
(الفرع العلمي / نظام حديث) - الرياضيات - الدورة الثانية

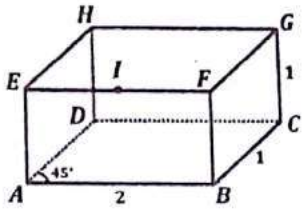
أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل جدول تغيُّرات التابع f المعرَّف على $\mathbb{R}$ والمطلوب:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

1. جِد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
2. اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f.
3. ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$؟
4. دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

السؤال الثاني: $ABCDEFGH$ متوازي سطوح، فيه $AB=2$ و $BC=GC=1$.



وقياس الزاوية $D\hat{A}B$ يساوي $45°$. والنقطة I منتصف $[EF]$. المطلوب:

1. احسب $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}$.
2. عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.

السؤال الثالث:

في إحدى مراكز الخدمة ثلاثة مهندسين وخمسة عمَّال، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان. يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة.

السؤال الرابع: $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q=2$ وفيها $u_0=1$. والمطلوب:

احسب u_3 ثم احسب المجموع $S=u_3+u_4+u_5+u_6+u_7$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن f التابع المعرَّف على المجال $]2,+\infty[$ وفق: $f(x)=4-x+\sqrt{x-2}$.

1. ادرس تغيرات f على المجال $]2,+\infty[$ ونظِّم جدولاً بها.
2. أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً.
3. اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3.

التمرين الثاني: صندوق يحوي (9) كرات متماثلة، منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء، نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً، نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء، والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة صفر فيما عدا ذلك. والمطلوب:

اكتب القانون الاحتمالي للمتحوِّل العشوائي X واحسب توقعه الرياضي.

التمرين الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرَّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=e^x-1$. والمطلوب:

1. جِد مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\leq 0$.
2. احسب: $\int_0^{\ln 2} f(x)\,d(x)$.

يتبع في الصفحة الثانية

Scanned by CamScanner

التمرين الرابع: في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقطتين A , B اللتين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان: $Z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$, $Z_A = 4$ و ، ولتكن I منتصف $[AB]$. المطلوب:

1. مثّل النقطتين A , B في معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ واكتب Z_B بالشكل الأسي.
2. بيّن طبيعة المثلث OAB ، وأثبت أن قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$.
3. اكتب العدد العقدي Z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية ، واستنتج $\sin\frac{\pi}{8}$.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، لدينا النقاط: $A(2,1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(4,0,0)$ و $D(0,4,0)$ و $E(1,-1,1)$.

1. جد $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{CE}$.
2. أثبت أنَّ النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة
3. أثبت أنَّ B يعامد المستوي (CDE)
4. اكتب معادلة المستوي (CDE).
5. احسب بُعد B عن المستوي (CDE).
6. اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE)

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $I =]0,+\infty[$ وفق: $f(x) = x^2 - \ln x$. والمطلوب:

1. جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه
2. ادرس تغيرات التابع f ، ونظّم جدولاً بها.
3. اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$
4. في معلم متجانس ارسم المماس T والخط البياني C
5. احسب مساحة السطح المحصور بالخط البياني C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1$, $x = e$.
6. نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ حيث: $u_n = n^2 - \ln(n)$. أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة

ملاحظة: يُمنع استعمال الالات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

انتهت الأسئلة

Scanned by CamScanner

حل امتحان مادة الرياضيات – الفرع العلمي / نظام حديث لعام ٢٠١٨ الدورة الثانية

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول:

1. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2. $y = 2$

3. حلّان.

4. $f(2) = -1$

السؤال الثاني:

1.

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD} = \|\overrightarrow{AB}\|\cdot\|\overrightarrow{AD}\|\cos\theta$$

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD} = 2\times 1\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

2.

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AF} + \frac{1}{2}(2\overrightarrow{FI})$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FI} = \overrightarrow{AI}$$

M تنطبق على I.

السؤال الثالث:

$$\binom{3}{1}\binom{5}{2} =$$

$$= 3\cdot\frac{5\times 4}{2}$$

$$= 3\times 10 = 30$$

السؤال الرابع:

$$u_3 = u_0 q^3$$

$u_3 = 1\times(2)^3 = 8$ تعويض + نتيجة

$$S = u_3\times\frac{1-(q)^n}{1-q}$$

$$S = 8\times\frac{1-(2)^5}{1-2}$$ (القيمة 8 + الأس)

$$S = \frac{8}{-1}\cdot(1-32) = 284$$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

التمرين الأول:

1.

$$\lim_{x\to 2} f(x) = -2$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}}$$

x	2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	‖ -2	↗	$+\infty$

2. f مستمر ومتزايد تماماً (مطرد).

$$f[2,+\infty[=]-2,+\infty[$$

$0 \in]-2,+\infty[$ للمعادلة حل وحيد

3.

$$x = 3\ ,\ f(3) = 0$$

$$f'(3) = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-3)$$

التمرين الثاني:

$$X = \{0,3,5\}$$

$$p(X=5) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{5}{3}} = \frac{10}{84}$$

$$p(X=3) = \frac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{40}{84}$$

$$p(X=0) = \frac{34}{84}$$

x_i	0	3	5
$p(X=x_i)$	$\frac{34}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{10}{84}$

$E(X) = \frac{170}{84}$ (قانون + تعويض + نتيجة)

Scanned by CamScanner

التمرين الثالث:

.1

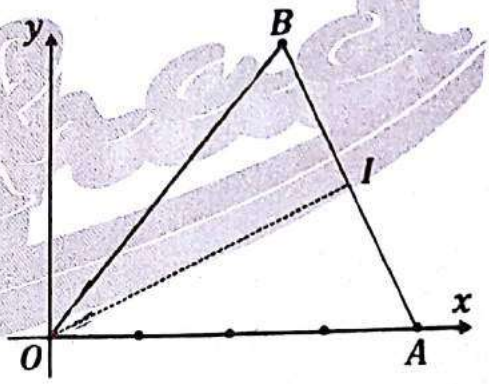
$$e^x - 1 \le 0$$
$$e^x \le 1 \ , \quad \ln(1) = 0$$
$$x \le 0 \text{ أو } x \in]-\infty, 0]$$

.2

$$\int_0^{\ln 2} f(x)\,dx = \int_0^{\ln 2} (e^x - 1)dx$$
$$= [e^x - x]_0^{\ln 2}$$
$$F(\ln 2) - F(0) = (2 - \ln 2) - (1 - 0)$$
$$= 1 - \ln 2$$

التمرين الرابع:

.1



$$Z_R = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$$
$$r = \sqrt{8+8} = 4$$
$$\theta = \frac{\pi}{4}$$
$$Z_R = 4e^{i\frac{\pi}{4}}$$

2

$$OB = r = 4 \quad , \quad OA = 4$$

المثلث OAB متساوي الساقين.

OI متوسط في المثلث OAB المتساوي الساقين، فهو منصف وقياس:

$$(\vec{u}, \overrightarrow{OI}) = \frac{\pi}{8}$$

.3

$$Z_I = \frac{Z_A + Z_B}{2}$$
$$Z_I = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{2}i$$
$$r_I = \sqrt{(2+\sqrt{2})^2 + 2}$$
$$= 2\sqrt{2+\sqrt{2}}$$
$$Z_I = 2\sqrt{2+\sqrt{2}}e^{i\frac{\pi}{8}}$$
$$\sin\frac{\pi}{8} = \frac{y_I}{r} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

ثالثا: حل المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

.1

$$\overrightarrow{AB} = (-1, -1, -4)$$
$$\overrightarrow{CD} = (-4, 4, 0)$$
$$\overrightarrow{CE} = (-3, -1, 1)$$

.2

$$\frac{-4}{-3} \neq \frac{4}{-1}$$

المركبات غير متناسبة، والنقاط ليست على استقامة واحدة

.3

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 4 - 4 + 0 = 0$$
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CE} = 3 + 1 - 4 = 0$$

$\overrightarrow{AB}$ عمود على كل من $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$. ومنه (AB) يعامد المستوي (CED).

4. معرفة الناظم n (-1, -1 , -4):

كتابة المعادلة العامة للمستوي والتعويض للوصول إلى معادلة المستوي $x + y + 4z - 4 = 0$.

5. قانون + تعويض + نتيجة

$$dist(B, CDE) = \frac{7}{\sqrt{18}}$$

6. معرفة أن:

$$d = R = \frac{7}{\sqrt{18}}$$

معادلة الكرة + تعويض.

Scanned by CamScanner

المسألة الثانية:

.1

$$\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ إزالة عدم التعيين + النهاية

$$f'(x) = 2x - \frac{1}{x}$$

ينعدم $f'(x)$ عندما $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ و $\left(x = -\frac{1}{\sqrt{2}}\right.$ مرفوض$)$

$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{2}$ او $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2} - \ln\frac{1}{\sqrt{2}}$

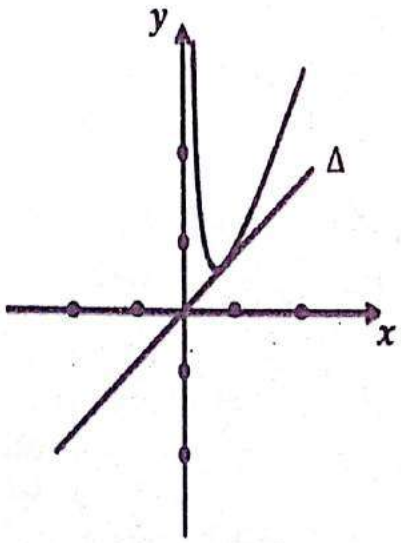
x	0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$\frac{1}{2}+\ln\sqrt{2}$	↗	$+\infty$

$$f(1) = 1$$

$$f'(1) = 1$$

معادلة المماس: $y = x$

الرسم:



$$S = \int_1^e f(x)\,dx = \int_1^e x^2 - \ln x\,dx$$

$$S = \int_1^e x^2\,dx - \int_1^e \ln x\,dx$$

$$u = \ln x \qquad v' = 1$$

$$u' = \frac{1}{x} \qquad v = x$$

$$S = \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^e - [x\ln x - x]_1^e$$

$$S = \frac{e^3}{3} - \frac{1}{3} - (e - e - 0 + 1)$$

$$S = \frac{e^3}{3} - \frac{4}{3}$$

المتتالية: $u_n = n^2 - \ln n\ (u_n)_{n\geq 1}$

من الطلب السابق: التابع الممثل للمتتالية $f(x) = x^2 - \ln x$ والمتتالية مكتوبة بالشكل الصريح:

بما أن التابع $f(x)$ متزايد على $[1, +\infty[$ إذاً المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة.

انتهى الحل وفق السلم الوزاري

Scanned by CamScanner